ITI 1521. Introduction à l'informatique II

Liste : traitement récursif des listes chaînées.

by

Marcel Turcotte

Version du 22 mars 2020

Préambule

Préambule

Aperçu

Aperçu

Liste : traitement récursif des listes chaînées.

Nous revisitons le concept de récursivité, cette fois dans le contexte du traitement des listes chaînées. Nous développons une stratégie générale, « head & tail », que vous pourrez appliquer à tous les problèmes abordés dans ce cours.

Objectif général :

- Cette semaine, vous serez en mesure de concevoir des méthodes récursives pour le traitement des listes chaînées.

«***To iterate is human, to recurse divine***»

L. Peter Deutsch

Préambule

Objectifs d’apprentissage

Objectifs d'apprentissage

- **Reconnaitre** les problèmes pour lesquels la récursivité est appropriée.
- **Discuter** l'efficacité du traitement récursif des listes en Java, notamment par rapport à la consommation de mémoire.
- **Expliquer** le rôle des paramètres pour contrôler le flot d'exécution des programmes récursifs.
- **Paraphraser** la stratégie « head & tail » discutée en classe pour le traitement récursif des listes de données.
- **Utiliser** la stratégie « head & tail » afin de concevoir une méthode récursive pour le traitement d'une liste chaînée.

Lectures :

- Pages 233-238 de E. Koffman et P. Wolfgang.

Préambule

Plan du module

Plan

1 Préambule

2 Théorie

3 Implémentation

4 Principes

5 Prologue

Théorie

Discussion

- Quels **problèmes** avez-vous résolu à l'aide de la récursivité ?
- Qu'ont **en commun** ces problèmes ?

Théorie

- La **solution** d'un problème donné peut être construite **à partir des solutions** de **sous problèmes** ;
- Ces sous problèmes sont **de même nature** et peuvent donc être **résolus de la même manière** ;
- Les sous problèmes sont **de plus en plus petits** (**convergence**) ;
- Finalement, il existe une taille de problèmes pouvant être résolus de façon **triviale**, sans recours à des appels récursifs, ce sont les **cas de base**.

Remarques

- La **récursivité** et l'**itération** sont de même nature.
- Il est important que la **taille des problèmes à traiter diminue**, sinon il y aurait **un nombre infini d'appels récursifs** (équivalent de la boucle infinie) ; en pratique le programme terminera lorsque toute la mémoire réservée pour les appels de méthodes est épuisée.
- Il faut donc qu'il y ait **une taille de problèmes pouvant être résolus sans appel récursifs**, afin de stopper la récursivité.
- **Ce sont les cas de base**. Il faut qu'il y en ait au moins un, mais il peut y en avoir plusieurs.
- Les **cas de base doivent être traités en premier** afin de stopper la récursivité, si nécessaire.

Remarques (suite)

- Les langages de programmation **Lisp**, **Prolog** et **Haskell**, pour en nommer que quelques-uns, n'ont aucun énoncé de contrôle itératif, tout se fait à l'aide de la récursivité.
  - Les compilateurs transforment automatiquement certaines formes de récursivité en itération.
- La technologie des **Transformations XSLT** que l'on utilise notamment pour certaines applications Web repose sur le concept de récursivité.
- Certains traitements des **arbres binaires de recherche** seront très simples à exprimer à l'aide de la récursivité, mais très complexes sinon.

Théorie

Patron

Patron

```
type method(parameters) {
    type result;
    if (test) {                            // base case
        result = calculating the result    //   no recursive call
    } else {                               // general case
                                           //   pre-processing:
                                           //     (partitioning the data)
        result = method(sub-problem);      //   recursive call
                                           //   post-processing:
                                           //     (combine the result)
    }
    return result;
}
```

Théorie

Factorielle

Factorielle

```java
public static int factorial(int n) {
    int s, result;
    if (n<=1) { // base case
        result = 1;
    } else {    // general case
        int n1 = n-1;
        s = factorial(n1);
        result = n * s;
    }
    return result;
}
```

- La méthode ci-haut correspond au modèle proposé :
  - On vérifie d'abord le **cas de base**, son résultat est calculé sans appel récursif (la récursivité s'arrête ici !) ;
  - Le **cas général** crée des sous-problèmes de plus en plus petits.

Factorielle — implémentation plus compacte

```java
public static int factorial(int n) {

    if (n<=1) {
        return 1;
    }

    return n * factorial(n-1);
}
```

- L'énoncé **return** retourne le contrôle à l'appelant, il stop l'exécution de la méthode, **aucun autre énoncé de cet appel ne sera exécuté**.

Factorielle — implémentation plus compacte

```
public static int factorial(int n) {

    if (n<0) {
        throw new IllegalArgumentException(Integer.toString(n));
    }

    if (n<=1) {
        return 1;
    }

    return n * factorial(n-1);
}
```

Théorie : «*head & tail*»

- Développons une **stratégie générale** pour le **traitement récursif des listes**.
- **Divisons la liste en deux parties**, le premier élément (**head**) et le reste de la liste (**tail**)*.

*Ici, **head** et **tail** ne sont pas des variables d'instance.

Implémentation

Implémentation de la classe LinkedList

- Nous utiliserons une liste **simplement** chaînée.

```java
public class LinkedList<E> implements List<E> {

    private static class Node<T> {
        private T value;
        private Node<T> next;
        private Node(T value, Node<T> next) {
            this.value = value;
            this.next = next;
        }
    }

    private Node<E> head;

    // ...
}
```

Implémentation

size

Calculer la taille d'une liste

Considérons d'abord le calcul de la **taille** d'une liste (**size**).

- Soit **current**, une variable de type **Node** désignant un élément de la liste.
- Sachant que la taille de la liste débutant avec l'élément désigné par **current.next** est **n**,
  - quelle est la taille de la liste débutant avec l'élément désigné par **current** ?
- La taille de la liste débutant par l'élément désigné par **current** est **n+1**.

Calculer la taille d'une liste

- La stratégie «*head & tail*» suggère que l'on commence la réflexion en posant l'**appel récursif**, passant **en paramètre current.next**.

```
int n = size(current.next);
```

- Quelle est la valeur de **n** ? Que signifie **n** ?
  - C'est la longueur de la liste débutant par l'élément désigné par **current.next**.
- Quelle est la taille de la liste débutant avec l'élément désigné par **current** ?
  - La longueur de la liste débutant par l'élément désigné par **current** est **n+1**.

Calculer la taille d’une liste

- Quelle est la **plus petite liste valide** et quelle est sa **longueur** ?
  - C’est la **liste vide** et sa longueur est **0**.
- Quelle est la valeur de **current** si la liste est vide ?
  - La valeur de **current** est **null**.

Calculer la taille d'une liste

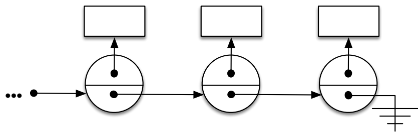
- Ce qui suggère l'implémentation partielle suivante :

```
int n;
if (current == null) {
    n = 0;
} else {
    n = 1 + size(current.next);
}
```

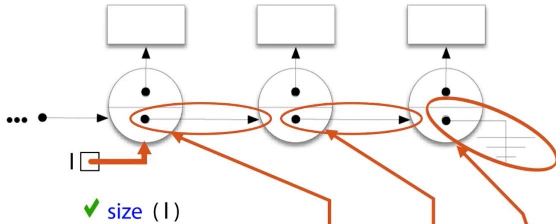
- Quel est le **type** du paramètre de la méthode **size** ?
  - Le **type** du paramètre est **Node**.

Calculer la taille d'une liste

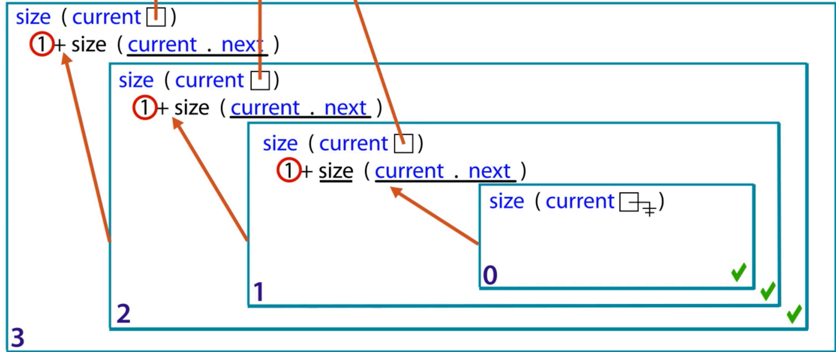
```java
int size(Node<E> current) {

    int n;

    if (current == null) {

        n = 0;

    } else {

        n = 1 + size(current.next);

    }

    return n;
}
```



```
int size(Node<E> current) {
    if (current == null) {
        return 0;
    }
    return 1 + size(current.next);
}
```




```
int size ( Node<E> current ) {
    if ( current == null ) {
        return 0;
    }
    return 1 + size ( current . next );
}
```



https://youtu.be/buoyEw9reMI

Remarques

- Remarquez que la méthode **size** n'utilise **aucune variable d'instance** !
  - On **contrôle la récursivité à l'aide du paramètre**.
  - Chaque **appel** possède sa **mémoire de travail** (bloc d'activation) et donc ses propres copies des variables locales et des paramètres.

```
int size(Node<E> current) {

    if (current == null) {
        return 0;
    }

    return 1 + size(current.next);
}
```

- Le **cas de base** est validé en premier.

Lancer la méthode size

- **Comment** utilise-t-on celle méthode afin de calculer la taille de la liste débutant par le noeud désigné par **head** ?

```
int size(Node<E> current) {
    if (current == null) {
        return 0;
    }
    return 1 + size(current.next);
}
```

```
int size() {
    return size(head);
}
```

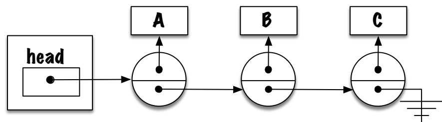
La méthode récursive est un compagnon

- Le premier appel est initié par une méthode de visibilité **public**. On passe la valeur de **head** en paramètre.

```
public int size() {
    return size(head);
}
```

- La méthode **récursive** doit être de visibilité **privée** puisque son paramètre est de type **Node**.

```
private int size(Node<E> current) {
    if (current == null) {
        return 0;
    }
    return 1 + size(current.next);
}
```




```java
public int size() {
    return size(head);
}

private int size(Node<E> current) {
    if (current == null) {
        return 0;
    }
    return 1 + size(current.next);
}
```

En pratique

- Chaque appel a son propre **bloc d'activation** (mémoire de travail) sur la pile des appels, ainsi la taille de la pile système sera proportionnelle à la taille de la liste.

Implémentation

Résumé

Résumé

```
type method(Node<E> current) {

    type result;

    if (current ...) {              // base case
       calculating the result      //   no recursive call
    } else {                        // general case
                                    //   pre-processing
      s = method(current.next);     //   recursion
                                    //   post-processing

    }

    return result;
}
```

«head & tail»

Étapes :

- Que signifie **méthode(current.next)** ?
  - La solution d'un problème, **plus petit d'un élément**.
- Comment allons-nous **utiliser ce résultat** afin de construire la solution du problème pour une liste débutant par l'élément **current** ?
- Quels sont les **cas de base** ?
  - Quelle est la **plus petite liste valide** ?
  - Quel est le **résultat** ?

Implémentation

findMax

LinkedList

- Utilisons maintenant une liste dont les éléments possèdent une méthode **compareTo**.

```
public class LinkedList<E extends Comparable<E>> {

    private static class Node<T> {
        private T value;
        private Node<T> next;
        private Node(T value, Node<T> next) {
            this.value = value;
            this.next = next;
        }
    }

    private Node<E> head;

    // ...
}
```

findMax

- **Appliquons** la stratégie telle que proposée.

```
result = findMax(current.next);
```

- Quelle est la valeur de **result** ? Que signifie **result** ?
  - La **plus grande valeur** pour la liste débutant avec l'élément désigné par **current.next**
- Que fait-on si **result** est plus grand que **current.value** ?

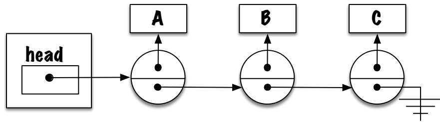
```
if (result.compareTo(current.value) > 0) {
    return result;
} else {
    return current.value;
}
```

findMax

- Ce processus construit des problèmes de plus en plus petits, **quelle est la plus petite liste valide ?**
  - **Non, pas la liste vide**, mais la liste contenant **un seul élément**.
- Quelle sera la **valeur retournée** ?

```
if (current.next == null) {
    return current.value;
}
```

```java
public E findMax() {
    if (head == null) {
        throw new NoSuchElementException();
    }
    return findMax(head);
}

private E findMax(Node<E> current) {

    if (current.next == null) {
        return current.value;
    }

    E result = findMax(current.next);

    if (result.compareTo(current.value) > 0) {
        return result;
    } else {
        return current.value;
    }
}
```




```
private E findMax(Node<E> p) {
    if (p.next == null) {
        return p.value;
    }
    E r = findMax(p.next);
    if (r.compareTo(p.value) > 0) {
        return r;‘
    } else {
        return p.value;
    }
}
```

Chaque **exemple** qui suit introduit une **nouvelle problématique**.

Implémentation

E get(int index)

E get(int index)

- La méthode **E get(int index)** retourne l'élément à la valeur spécifiée (**index**) de la liste.
- Quelle était la **stratégie** adoptée pour la méthode **non récursive** ?
  - Il fallait compter le nombre de noeuds visités et terminer l'exécution de la boucle **while** après avoir visité **index** noeuds.
- Pour une méthode **récursive**, comment **détermine-t-on le nombre de noeuds visités** ?
  - On pourrait ajouter un **paramètre** afin de compter le nombre de noeuds visités. Initialement **0**, puis **1**, **2**, **etc**.

- **Étudiez** l'implémentation partielle suivante :

```
public E get(int index) {
    return get(head, index);
}

private E get(Node<E> current, int index) {
    ...
}
```

- Si **index** représente la position de l'élément par rapport à la liste débutant à la position **current**, quelle est la position de l'élément recherché par rapport à la liste débutant à la position **current.next** ?
  - C'est bien ça, **index-1**.
- Que fera la méthode si la valeur de l'**index est 0** ?
  - Elle doit retourner **current.value**.
  - **Aucun** appel récursif.
  - C'est le **cas de base**.

E get(int index)

```java
private E get(Node<E> current, int index) {

    if (index == 0) {
        return current.value;
    }

    return get(current.next, index-1);

}
```

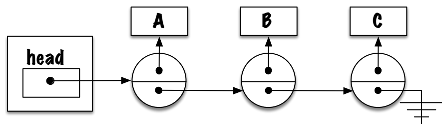
- Que se passerait-il si la valeur initiale d'**index** était plus grande que le nombre total d'éléments de la liste ?
  - **index** $>$ **0** et **current == null**

E get(int index)

```java
private E get(Node<E> current, int index) {

    if (current == null) {
        throw new IndexOutOfBoundsException();
    }

    if (index == 0) {
        return current.value;
    }

    return get(current.next, index-1);

}
```

E get(int index)

```
public E get(int index) {
    if (index < 0) {
        throw new IndexOutOfBoundsException();
    }
    return get(head, index);
}

private E get(Node<E> current, int index) {

    if (current == null) {
        throw new IndexOutOfBoundsException();
    }

    if (index == 0) {
        return current.value;
    }

    return get(current.next, index-1);
}
```




```
private E get(Node<E> p, int index) {
    if (index == 0) {
        return p.value;
    }
    return get(p.next, index-1);
}
```

Implémentation

int indexOf(E element)

int indexOf(E element)

- La méthode **indexOf** retourne la position de l'occurrence la plus à gauche de l'**élément** dans cette liste, et -1 si la valeur ne s'y trouve pas.
- La **numérotation** des éléments **débute à zéro**.

int indexOf(E element)

- Selon la stratégie «***head & tail***», le cas général comportera un appel récursif tel que celui-ci :

```
s = indexOf(current.next, element);
```

- Que représente la valeur de **s** ?
  - C'est la position de l'**élément** dans la liste désignée par **current.next**.
- Par rapport à la liste courante, celle désignée par **current**, quelle est la position d'**element** ?
  - $\mathbf{s+1}$

int indexOf(E element)

- Si la valeur de **s** est **plus grande ou égale à zéro**, **s** est la **position de l'élément** dans le **reste de la liste**.
- Que signifie **s == -1** ?
  - L'élément était **absent** du reste de la liste.
- Quel cas **n'a pas** été traité ?
  - **current.value.equals(element)**
  - Quelle **valeur** doit-on alors **retourner** ?
    - **0**

int indexOf(E element)

```
s = indexOf(current.next, element);

if (current.value.equals(element) ) {
    result = 0;
} else if (s == -1) {
    result = s;
} else {
    result = 1 + s;
}
```

int indexOf(E element)

- Qu'elle est le **cas de base** ?
  - La plus petite liste est la **liste vide**, elle **ne contient pas l'élément** recherché, il suffit de retourner la valeur spéciale **-1**.

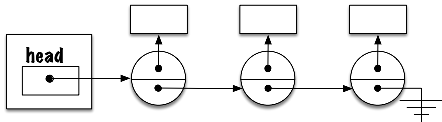
```
if (current == null) {
    return -1;
}
```

int indexOf(E element)

```
private int indexOf(Node<E> current, E element) {

    if (current == null) {
        return -1;
    }

    int result = indexOf(current.next, element);

    if (current.value.equals(element)) {
        return 0;
    }

    if (result == -1) {
        return result;
    }

    return result + 1;
}
```

int indexOf(E element)

- Est-ce que **ça fonctionne** ?
  - Oui.
- Il tout de même un **problème** avec cette implémentation.
  - **Quel** est-il ?




```
int indexOf(Node<E> p, E e) {
  if (p == null) return -1;
  int r = indexOf(p.next, e);
  if (p.value.equals(e)) return 0;
  if (r == -1) return r;
  return r + 1;
}
```

int indexOf(E element)

- Comment **freiner** les appels récursifs dès que la valeur recherchée a été trouvée ?

```java
private int indexOf(Node<E> current, E element) {
    if (current == null) {
        return -1;
    }
    int result = indexOf(current.next, element);
    if (current.value.equals(element)) {
        return 0;
    }
    if (result == -1) {
        return result;
    }
    return result + 1;
}
```

int indexOf(E element)

```
private int indexOf(Node<E> current, E element) {

    if (current == null) {
        return -1;
    }

    if (current.value.equals(element)) {
        return 0;
    }

    int result = indexOf(current.next, element);

    if (result == -1) {
        return result;
    }

    return result + 1;
}
```

Implémentation

E indexOfLast(E element)

E indexOfLast(E element)

- La méthode **indexOfLast** retourne la position de la dernière occurrence (celle la plus à droite) de l'**élément**, et -1 sinon.
- Quels sont les **changements** à apporter ?
- Est-ce que **current.value.equals(element)** peut faire partie du cas base ?
  - **Non**, la récursivité doit parcourir la liste en entier.
- Comment traiter le résultat **indexOfLast(current.next, element)** ?

```java
public int indexOfLast(E element) {
    return indexOfLast(head, element);
}

private int indexOfLast(Node<E> current, E element) {

    if (current == null) {
        return -1;
    }

    int result = indexOfLast(current.next, element);

    if (result > -1) {
        return result + 1;
    } else if (element.equals(current.value)) {
        return 0;
    }

    return -1;
}
```

Implémentation

boolean contains(E element)

Exercice

- **boolean contains(E element)**

Implémentation

boolean isIncreasing()

boolean isIncreasing()

- Les méthodes **size**, **indexOf** et **contains** ne traitent qu'un élément à la fois.
- Considérons une implémentation récursive de la méthode **isIncreasing**.
- **Examiner** chaque paire consécutive et de retourner la valeur **false** dès qu'une paire n'est pas croissante.
- Si la méthode **atteint la fin de liste** alors **la liste est croissante** !

boolean isIncreasing()

```
public boolean isIncreasing() {
    return isIncreasing(head);
}
```

boolean isIncreasing()

- Quel est le **cas de base** ?
  - Quelle est la **plus petite liste** valide.
    - La liste **vide** et le **singleton** sont croissants.

```
if ((current == null) || (current.next == null)) {
    return true;
}
```

boolean isIncreasing()

Cas général.

- Quelle approche est **préférable** ?
    1. Faire un **appel récursif**, puis **traiter le résultat**.
    2. Traiter la **position courante**, puis faire un **appel récursif**.

```
if (current.value.compareTo(current.next.value) > 0) {
    return false;
} else {
    return isIncreasing(current.next);
}
```

boolean isIncreasing()

```
private boolean isIncreasing(Node<E> current) {

    if ((current == null) || (current.next == null)) {
        return true;
    }

    if (current.value.compareTo(current.next.value) > 0 ) {
        return false;
    }

    return isIncreasing(current.next);
}
```

Implémentation

Exercises

Exercices

- **void addLast(E element)**
- **boolean equals(LinkedList<E> other)**

Implémentation

void remove(E element)

void remove(E element)

- Nous considérons maintenant des méthodes qui **transforment la structure** de la liste.
- Pour les méthodes **indexOf** et **contains**, la conséquence principale des appels récursifs supplémentaires est l'**inefficacité** de la méthode.
- Par contre, les méthodes récursives qui transforment les listes peuvent engendrer des problèmes plus sérieux.
- Considérez l'exemple de la méthode **remove**, qui retire la première occurrence d'un objet dans la liste.

void remove(E element)

- Donnez la **stratégie à haut niveau**
  - **Traverser** la liste.
  - **Trouver** l'élément.
  - **Retirer** l'élément.

public void remove(E element)

- Quelles seront les **difficultés** ?
  - On se rappellera que lors du parcours d'une liste simplement chaînée à l'aide d'une boucle **while**, nous devions nous arrêter une position avant l'élément à retirer, puisque c'est la variable **next** de l'élément qui précède qu'il faut changer.
  - Pour retirer le premier élément, il faut modifier la variable **head** de l'entête, et non la variable **next** du noeud qui précède.

public void remove(E element)

- Quelles sont les **préconditions** ?
  - **element != null**
  - La liste n'est pas vide.
- Quels sont les **cas spéciaux** ?
  - L'élément recherché est en **première position**.

public void remove(E element)

```java
public void remove(E element) {

  if (element == null) {
      throw new NullPointerException("Illegal argument");
  }

  if (head == null) {
      throw new NoSuchElementException();
  }

  if (head.value.equals(element) ) {
      head = head.next;
  } else {
      remove(head,element);
  }

}
```

Remarques

- Pour le premier appel à la méthode **remove(Node<E> current, E element)**, nous savons que **current.value.equals(element)** est faux. **Pourquoi ?**
  - C'est le premier appel, **current == head**.
  - Si **head.value.equals(element)** était vrai au moment de l'appel à la méthode **public**, alors il n'y aurait pas eu d'appel à la méthode **private**.
- La méthode récursive préservera cette propriété, elle vérifie si l'élément recherché, **element**, se trouve à la position qui suit, **current.next**, et si oui retire ce noeud et termine, sinon elle poursuit sa recherche.

remove(Node<E> current, E element)

Cas général : Quel **scénario** semble le mieux **approprié** :

1. Faire un **appel récursif**, suivi d'un **post-traitement** ?
2. Faire un **pré-traitement**, suivi d'un **appel récursif** (si nécessaire) ?

Puisque nous devons retirer l'**élément le plus à gauche**, il faut faire un **pré-traitement** suivi d'un appel récursif (si nécessaire) ? (Stratégie 2)

remove(Node<E> current, E element)

- Quel est le **prétraitement** nécessaire ?
  - Si **current.next.value.equals(element)** on retire le prochain élément.
  - Sinon, il faut traiter le reste de la liste (**appel récursif**).

remove(Node<E> current, E element)

- Quel est le **cas de base** ?
  - **Singleton.**
  - Que fait-on ?
    - On lance l'exception **NoSuchElementException**.

remove(Node<E> current, E element)

```
private void remove(Node<E> current, E element) {

    if (current.next == null ) {
        throw new NoSuchElementException();
    }

    if (current.next.value.equals(element)) {
        current.next = current.next.next; // base case
    } else {
        remove(current.next, element);    // general case
    }
}
```

```java
public void remove(E element) {
  if (element == null) {
      throw new NullPointerException("Illegal argument");
  }
  if (head == null) {
      throw new NoSuchElementException();
  }
  if (head.value.equals(element) ) {
      head = head.next; // special case
  } else {
      remove(head,element);
  }
}

private void remove(Node<E> current, E element) {
    if (current.next == null ) {
        throw new NoSuchElementException();
    }
    if (current.next.value.equals(element)) {
        current.next = current.next.next; // base case
    } else {
        remove(current.next, element);     // general case
    }
}
```

Exercices

- void removeLast()
- void removeLast(E element)
- void removeAll(E element)
- void remove(int pos)

Implémentation

LinkedList<E> subList(int fromIndex, int toIndex)

LinkedList<E> subList(int fromIndex, int toIndex)

- La méthode retournera un **nouvelle liste** contenant les éléments situés entre les positions **fromIndex** et **toIndex** de la liste originale, sans la changée.

Discussion

Proposez une stratégie afin de construire le résultat.

1. **Post-traitment**
   - **Traverser** la liste jusqu'à l'index le plus élevé ;
   - **Retourner** une liste contenant seulement la valeur se trouvant à cette position ;
   - **Ajouter** l'élément courant au **début** de la liste, si sa position fait partie de l'intervalle.
2. **Pré-traitement**
   - Une **liste vide** est passée en **paramètre** du premier appel ;
   - **Ajouter** l'élément courant à la **fin** de la liste, si la position courante fait partie de l'intervalle ;
   - **Appel** récursif.

Stratégie 1

- Les appels récursifs **traversent la liste de gauche à droite**, la récursivité s'arrête lorsque l'index **toIndex** est atteint.
  - **Cas de base :**

```
LinkedList<E> result;

if (index == toIndex) {
    result = new LinkedList<E>();
    result.addFirst(current.value);
}
```

Stratégie 1

- **Cas général :**

```
result = subList(current.next, index+1, fromIndex, toIndex);
```

  - Que contient **result** ?
  - Quelle est la **prochaine étape** ?

```
if (index > fromIndex) {
    result.addFirst(current.value);
}
```

```java
public LinkedList<E> subList(int fromIndex, int toIndex) {
    return subList(head, 0, fromIndex, toIndex);
}

private LinkedList<E> subList(Node<E> current, int index, int fromIndex, int toIndex) {

    LinkedList<E> result;

    if (index == toIndex) {

        result = new LinkedList<E>();
        result.addFirst(current.value);

    } else {

        result = subList(current.next, index+1, fromIndex, toIndex);

        if (index >= fromIndex) {
            result.addFirst(current.value);
        }
    }

    return result;
}
```

- Le traitement des **préconditions** (intervalle de valeurs illégales) est laissé comme **exercice**.

Stratégie 2

- Pour la seconde stratégie, la **liste des résultats est créée dès le départ** et les éléments y sont **insérés tout en traversant** la liste.

```
public LinkedList<E> subList(int fromIndex, int toIndex) {

    LinkedList result = new LinkedList<E>();

    subList(head, 0, result, fromIndex, toIndex);

    return result;
}
```

Stratégie 2

- **Cas de base :**

```
if (index == toIndex) {
    result.addLast(current.value);
}
```

result.addLast(current.value) ou **result.addFirst(current.value)** ?

Stratégie 2

- **Cas général :**

```
if (index >= fromIndex) {
    result.addLast(current.value);
}
subList(current.next, index+1, result, fromIndex, toIndex);
```

result.addLast(current.value) ou **result.addFirst(current.value)** ?

```java
public LinkedList<E> subList(int fromIndex, int toIndex) {

    LinkedList result = new LinkedList<E>();

    subList(head, 0, result, fromIndex, toIndex);

    return result;
}

private void subList(Node<E> current, int index, LinkedList<E> result,
                                                int fromIndex, int toIndex) {

    if (index == toIndex ) {

        result.addLast(current.value);

    } else {

        if (index >= fromIndex) {
           result.addLast(current.value);
        }

        subList(current.next, index+1, result, fromIndex, toIndex);
    }

}
```

Principes

Principes

Les **paramètres** jouent un **rôle essentiel** pour l'écriture de méthodes **récursives**.

- Un paramètre de type **Node**, **current**, tient un rôle clé pour **contrôler l'exécution** de la méthode.
  - Exemples de tests pour le **cas de base** :
    - **current == null**
    - **current.next == null**
    - **current.value.equals(element)**
    - **current.next.value.equals(element)**
  - **Cas général** :
    - On passe la valeur de **current.next** en paramètre pour l'**appel récursif** afin de traiter le reste de la liste.

Principes

Deux mécanismes pour **passer des informations** entre les appels.

1. **Paramètres** :
   - **Un compteur** : Si chaque appel doit connaître sa position dans la liste, on passe en paramètre la valeur d'un compteur, et chaque appel passe au suivant cette valeur plus un.
     - On pourrait aussi décrémenter la valeur à chaque appel.
2. **Valeur de retour** :
   - La méthode **size** retourne la taille de la liste à partir de l'élément désigné par son paramètre **current**.
     - Pour l'appelant, la taille de la liste est un de plus que la valeur retournée.

```
type method(Node<E> current) {

    type result;

    if (current ...) {              // base case

        calculating the result      //   no recursive call

    } else {                        // general case

                                    //   pre-processing

       s = method(current.next);    //   recursion

                                    //   post-processing

    }

    return result;
}
```

«head & tail»

Étapes :

- Que signifie **méthode(current.next)** ?
  - La solution d'un problème, **plus petit d'un élément**.
- Comment allons-nous **utiliser ce résultat** afin de construire la solution du problème pour une liste débutant par l'élément **current** ?
- Quels sont les **cas de base** ?
  - Quelle est la **plus petite liste valide** ?
  - Quel est le **résultat** ?

Prologue

Résumé

- Nous avons proposé la stratégie «***head & tail***»
  - **Cas de base :** généralement un test impliquant la valeur de **current**
  - **Cas général :** appel récursif passant la valeur de **current.next** en paramètre
- On contrôle la récursivité à l'aide des **paramètres**

Prochain module

- **Arbres binaires de recherche** : concept

References I

Koffman, E. B. and T., W. P. A. (2016).
***Data Structures : Abstraction and Design Using Java*.**
John Wiley & Sons, 3e edition.

Marcel **Turcotte**
Marcel.Turcotte@uOttawa.ca

École de **science informatique** et de génie électrique (**SI**GE)
Université d'Ottawa